ECOLE SUPERIEURE MILITAIRE DE SAINT-CYR 1976

Option Sciences

MATHEMATIQUES (Epreuve B) (4 h)

L'espace euclidien est rapporte au repère orthonormé $O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

1°) Soit m le point du plan $O\ \vec{i}\ \vec{j}$ de coordonnées

$$x = \frac{a}{2}\left(u + \frac{1}{u}\right) \qquad y = \frac{a}{2}\left(u - \frac{1}{u}\right)$$

a réel positif donné, u paramètre réel variable

α) Tracer la courbe (H) lieu du point m.

β) On suppose qu'à l'instant $t = 0$ un point mobile dont la trajectoire est portée par (H) est au point A de coordonnées $x = a$; $y = o$ et que son vecteur vitesse a pour composantes 0 ; 1.

Déterminer le mouvement ultérieur de ce point sachant que le vecteur accélération passe constamment par O.

2°) La courbe (H) est la projection orthogonale sur le plan $O\ \vec{i}\ \vec{j}$ d'une courbe (C) tracée sur la surface d'équation $z = \frac{4xy}{a}$.

Tracer la courbe (Γ) projection orthogonale de la courbe (C) sur le plan $O\ \vec{i}\ \vec{k}$.

3°) M étant un point quelconque de (C), on désigne par P et Q respectivement les projections orthogonales de M sur Ox et Oy. Montrer que la tangente en M à (C) coupe la droite PQ en un point T dont on déterminera les coordonnées en fonction de a et du paramètre u du point M.

4°) La courbe (C) comporte deux branches : (C_1) correspondant à $u > 0$ et (C_2) correspondant à $u < 0$. Pour tout point de (C_1) on peut poser $u = e^{\theta}$. Considérant (C_1) comme trajectoire d'un point M, déterminer θ en fonction du temps t de telle sorte que le vecteur vitesse du point M soit le vecteur $\overrightarrow{MT}$. Etudier dans ce cas le mouvement de M sur sa trajectoire.

5°) Un plan (P) d'équation $Ax + By + Cz + D = 0$ coupe la courbe (C) en quatre points. Quelle condition nécessaire et suffisante doivent vérifier les paramètres respectifs $u_1\ u_2\ u_3\ u_4$ de quatre points $M_1\ M_2\ M_3\ M_4$ de la courbe (C) pour que ces quatre points soient coplanaires ? Déduire de la condition trouvée que quatre points appartenant à une même branche de (C) ne peuvent pas être coplanaires.

6°) En utilisant la propriété d'un plan osculateur de couper une courbe en trois points confondus avec le point de contact, montrer que si on désigne par $M_1'\ M_2'\ M_3'\ M_4'$ les points où les plans osculateurs à (C) respectivement en $M_1\ M_2\ M_3\ M_4$ recoupent la courbe, la coplanarité des quatre points M implique celle des quatre points M'.

7°) Par un procédé analogue au précédent, montrer que M_1 et M_2 étant deux points appartenant respectivement à (C_1) et à (C_2), il y a exactement deux points M de la courbe en lesquels la tangente appartient au plan défini par M_1, M_2 et M.

8°) On suppose que le point de contact avec (C) de l'un des plans tangents précédents soit fixe. Montrer qu'alors la droite $M_1\ M_2$ reste parallèle à un plan fixe.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail